

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
Сумський державний університет



ЗАТВЕРДЖУЮ

Голова прийомальної комісії

\_\_\_\_\_ 2019р.

**ПРОГРАМА**  
**фахового вступного випробування при прийомі на навчання**  
**для здобуття ступеня „магістр” зі спеціальності**  
**113 “ Прикладна математика ”**

**1. ЗАГАЛЬНІ ПОЛОЖЕННЯ**

Дана програма складена у відповідності до освітньої програми підготовки за напрямом 113 «Прикладна математика» та призначена для проведення вступного випробування (екзамену) під час прийому на навчання за ступенем «магістр» спеціальності 113 «Прикладна математика».

Фахове вступне випробування здійснюється шляхом оцінки рівня професійних знань, умінь та навичок вступників, передбачених програмою підготовки бакалаврів зі спеціальності 113 «Прикладна математика» та включає зміст обов'язкових навчальних дисциплін професійно-практичної та математичної підготовки:

1. Математичний аналіз;
2. Алгебра та геометрія;
3. Дискретна математика;
4. Теорія алгоритмів і математична логіка;
5. Диференціальні рівняння;
6. Теорія ймовірності;
7. Функціональний аналіз;
8. Програмування;
9. Методи обчислень;
10. Математична статистика;
11. Математичне моделювання.

Екзамен проводиться у вигляді письмового тестування.

На проведення екзамену відводиться 1,5 академічні години.

## 2. ЗМІСТ НАВЧАЛЬНИХ ДИСЦИПЛІН

### 1. Математичний аналіз

1. Границя функції. Основні властивості та ознаки існування.
2. Неперервність функції. Дії над неперервними функціями. Складена функція. Обернена функція.
3. Похідна функції, її геометричний та механічний зміст. Диференціал функції. Похідна складеної та оберненої функцій.
4. Теореми про скінченні прирости диференційовних функцій. Розкриття невизначеностей. Правило Лопітала.
5. Екстремум функції. Необхідна і достатня умова екстремуму функції.
6. Невизначений інтеграл. Основні методи інтегрування.
7. Визначений інтеграл та його властивості. Формула Ньютона-Лейбніца.
8. Застосування інтеграла Рімана до обчислення геометричних і фізичних величин.
9. Функції багатьох змінних. Частинні похідні функції та диференціал. Градієнт функції.
10. Екстремум функції багатьох змінних. Необхідні і достатні умови екстремуму функцій двох змінних.
11. Збіжні числові ряди. Ознаки збіжності. Абсолютно і умовно збіжні ряди.
12. Степеневі ряди. Область збіжності степеневого ряду. Ряд Тейлора.
13. Тригонометричні ряди Фур'є. Умови збіжності та умови почленного диференціювання.
14. Поняття функції комплексної змінної. Похідна функції комплексної змінної. Аналітичність функції. Умови Коші-Рімана.
15. Означення інтеграла від функції комплексної змінної. Інтегральна формула Коші.

### 2. Алгебра та геометрія

1. Векторна алгебра на площині та в просторі. Дії над векторами. Скалярний, векторний та змішаний добутки векторів. Властивості, обчислення в координатах.
2. Пряма (на площині та в просторі) та площина. Різні види задання прямої і площини. Кут між прямими, кут між прямою і площиною, кут між площинами. Умови паралельності і перпендикулярності прямих, площин, прямої і площини. Віддаль від точки до площини.
3. Лінії другого порядку: коло, еліпс, гіпербола, парабола, їх рівняння.
4. Матриці, операції над ними. Обернена матриця.
5. Визначники та їх властивості. Правило Крамера.
6. Системи лінійних алгебраїчних рівнянь. Структура загального розв'язку однорідної і неоднорідної систем.
7. Лінійні простори. Лінійна залежність і незалежність векторів. Базис. Процес ортогоналізації.
8. Лінійні оператори і дії над ними. Матричний запис лінійного оператора. Власні вектори і власні числа.

### 3. Дискретна математика

1. Поняття множини. Операції над множинами та їх властивості.
2. Означення булевої змінної, двійкового набору та булевої функції. Теореми про кількість всеможливих двійкових наборів та всеможливих булевих функцій від  $n$  змінних.
3. Канонічні (нормальні) форми булевих функцій. Досконала диз'юнктивна нормальна форма, досконала кон'юнктивна нормальна форма, МДНФ, ДДНФ, метод Квайна.
4. Повнота і замкненість систем булевих функцій. Критерій Поста повноти системи (з доведенням необхідної умови).
5. Графи та їх різновиди. Орієнтовані та неорієнтовані граfi. Зв'язність графів. Ейлерові граfi. Матриці суміжності та інцидентності графа.

### 4. Теорія алгоритмів і математична логіка

1. Основні визначення. Висловлювання і логічні зв'язки. Повнота системи логічних зв'язок. Дедуктивні висновки логіці висловлювань.
2. Формальна аксіоматична теорія  $L$ . Теорема дедукції. Аксіоматичний та конструктивний метод. Метод доведень від супротивного та метод резолюцій.
3. Побудова логіки предикатів. Квантори. Формули логіки предикатів. Закони і тотожності. Числення предикатів першого порядку.
4. Логіка нечітких множин. Операції над нечіткими множинами. Методи побудови функцій належності. Наочне представлення операцій.
5. Логічні та фізичні модальності. Синтаксис модальних формул. Нормальна модальна логіка.
6. Поняття терміну «алгоритм». Еволюція тлумачення та властивості. Способи завдання.
7. Оператори суперпозиції, примітивної рекурсії та мінімізації. Гіпотеза Черча.
8. Машини Тюрінга. Нормальні алгоритми Маркова.
9. Асимптотичні оцінки алгоритмів. Класи складності.
10. Приклади  $NP$  – повних задач. Основна задача в співвідношенні класів складності. Зведення.

### 5. Диференціальні рівняння

1. Теорема існування і єдиності розв'язку задачі Коші для одного рівняння першого порядку (з доведенням) і для системи рівнянь (без доведення).
2. Лінійні диференціальні рівняння  $n$ -го порядку зі сталими коефіцієнтами. Фундаментальна система розв'язків. Побудова частинних розв'язків для рівнянь, праві частини яких є квазімногочленом. Структура загального розв'язку.
3. Системи лінійних диференціальних рівнянь з сталими коефіцієнтами. Знаходження загального розв'язку однорідних систем. Метод варіації сталих для розв'язування неоднорідних лінійних диференціальних рівнянь та систем.
4. Задача Коші для рівнянь коливання струни. Доведення коректності та розв'язності задачі методом характеристик. Формула Даламбера та її фізичний зміст.
5. Розв'язування крайових задач для рівняння поширення тепла у стержні методом відокремлення змінних (метод Ейлера-Фур'є).

## 6. Теорія ймовірностей

1. Поняття ймовірності та основні правила її обчислення. Важливі теореми теорії ймовірностей. Послідовність незалежних випробовувань за схемою Бернуллі.
2. Випадкові величини. Дискретні випадкові величини, їх закони розподілів та основні числові характеристики. Неперервні випадкові величини, їх функції розподілів та основні числові характеристики. Системи випадкових величин (випадкові вектори).
3. Розподіли випадкових величин. Граничні теореми теорії ймовірностей. Функції випадкових аргументів.

## 7. Функціональний аналіз

1. Головні означення. Означення метричного простору. Приклади метричних просторів: простори  $R^1, R^n, R_p^n, m, C[a, b], C_2[a, b], l^2, l^p, L^2, L^p$ . Метрика. Нерівності Гельдера, Мінковського. Ізометрія метричних просторів.
2. Теорія множин. Повні метричні простори. Лінійні простори.
3. Лінійні функціонали в ЛНП. Лінійні оператори в ЛНП.
4. Компакти. Простори зі скалярним добутком.
5. Апроксимація в гільбертовому просторі.

## 8. Програмування

1. Введення в мову C++. Базові елементи мови C++.
2. Типи даних. Функції введення та виведення. Оператори та вирази.
3. Керування. Цикли. Конструкції.
4. Масиви. Вказівники. Дані символьного типу.
5. Структури. Файли. Функції. Визначення функцій. Функції в C++.
6. Класи пам'яті. Динамічна пам'ять. Динамічні структури.
7. Перехід від C до C++. Об'єктно-орієнтовне програмування.
8. Перевантаження операторів. Обробка виняткових ситуацій.
9. Шаблони. Standart template library(STL).

## 9. Методи обчислень

1. Чисельні методи розв'язання рівнянь.
2. Апроксимація функцій.
3. Чисельні методи розв'язування звичайних диференціальних рівнянь та рівнянь в частинних похідних.

## 10. Математична статистика

1. Вибірki і їх характеристики.
2. Точкове оцінювання невідомих параметрів.
3. Інтервальне оцінювання невідомих параметрів розподілу.
4. Перевірка статистичних гіпотез.
5. Кореляційний і регресійний аналіз.

## 11. Математичне моделювання

1. Математичне моделювання як універсальний засіб постановки та вирішення теоретичних та практичних проблем.
2. Основні поняття математичних моделей фізичних систем.
3. Математичні моделі рівноважних і нерівноважних термодинамічних систем.
4. Термодинамічна модель мастила.
5. Математичні моделі в екології та соціології.

### 3. СТРУКТУРА ЕКЗАМЕНАЦІЙНИХ БІЛЕТІВ

Кожен екзаменаційний білет письмового тесту складається з 25 питань. Кожне питання передбачає вибір однієї вірної відповіді з чотирьох.

Приклади білету та аркушу відповідей наведено в Додатку А та Б відповідно.

### 4. КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ ВІДПОВІДІ

1. За оцінкою результатів письмового тесту, визначається повнота і правильність відповіді на питання згідно вимогам «Програми вступних випробувань при прийомі на навчання для здобуття ступеня „магістр” зі спеціальності 113 “Прикладна математика”».

2. Кожна правильна відповідь на питання 1-25 оцінюється в 4 бали.

3. Максимально можлива кількість балів при правильній відповіді на всі питання –  $4 \times 25 = 100$  балів.

4. Кількість виправлень впливає на загальну оцінку роботи – за кожні 5 виправлень знімається **1 (один)** бал.

5. Оцінювання вступників здійснюється за 100-бальною шкалою. Вступники, які набрали менше 30 балів, до подальшої участі у конкурсному відборі не допускаються.

## 5. СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

### Математичний аналіз

1. Шкіль М.І. Математичний аналіз у 2-х томах: Підручник у 2-х ч., - 3-тє видання, переробл. і доповн. - К.: Вища шк., 2005. - 447 с.: іл.

## **Алгебра та геометрія**

2. Алгебра та геометрія: конспект лекцій з напрямків підготовки "Прикладна математика", "Інформатика" для студ. денної форми навчання; У 2-х ч. Ч.1 та Ч.2/ В. Д. Погребний. — Суми : СумДУ, 2008. — 159 с.

## **Дискретна математика**

3. Комп'ютерна дискретна математика: підручник / М. Ф. Бондаренко, Н. В. Білоус, А. Г. Руткас. — Х. : Компанія СМІТ, 2004. — 480 с. + Гриф МОН.

4. Борисенко О. А. Лекції з дискретної математики (множини і логіка) : навч. посіб. — 3-тє вид., випр. і доп. — Суми : Університетська книга, 2002. — 180 с. + Гриф МОН.

## **Теорія алгоритмів і математична логіка**

5. Матвієнко М.П. Комп'ютерна логіка. Навч. посібник. —К.:Вд-во Ліра-К, 2012. — 288 с.

## **Диференціальні рівняння**

6. Самойленко А.М., Перестюк М.О., Парасюк І.О. Диференціальні рівняння. Підручник. — 2-ге вид., перероб. і доп. — К.: Либідь, 2003. - 600 с.

## **Теорія ймовірностей**

7. Сеньо П. С. Теорія ймовірностей та математична статистика : підручник. - Київ : Знання, 2007. - 556 с.

## **Функціональний аналіз**

8. Березанський Ю.М. Функціональний аналіз: підручник / Ю.М. Березанський, Г.Ф.Ус, З.Г. Шефтель. — Львів: Видавець І.Е. Чижиков, 2014. — 559 с.

## **Програмування**

9. Шпак З.Я.Програмування мовою С: Навчальний посібник. - Львів: Оріяна-Нова, 2006. - 432 с.

## **Методи обчислень**

10. Любчак В.О., Назаренко Л.Д. Методи та алгоритми обчислень, Вид-во СумДУ - 2008

## **Математична статистика**

11. Сеньо П. С. Теорія ймовірностей та математична статистика : підручник. - Київ : Знання, 2007. - 556 с.

12. Барковський В.В., Барковська Н.В., Лопатін О.К. Теорія ймовірностей та математична статистика ЦУЛІ К. 2002

## Математичне моделювання

13. Фізико-математичне моделювання та інформаційні технології : Наук. зб. Вип. 12 / Гол. ред. Я. Бурак. – Л. : Центр мат. моделювання Ін-ту приклад. проблем механіки і мат. ім. Я. Підстригача НАН України, 2010. – 215 с.

РОЗРОБЛЕНО:

Старший викладач кафедри прикладної математики та моделювання складних систем




(підпис)

Козлова І.І.  
(прізвище, ініціали)

Схвалено на засіданні центральної приймальної комісії  
Протокол № 18 від 25.03 20 19 р.

Відповідальний секретар  
центральної приймальної  
комісії СумДУ



(підпис)

С.С. Козіт  
(прізвище, ініціали)

Голова фахової  
атестаційної комісії



(підпис)

(прізвище, ініціали)

ЗАТВЕРДЖУЮ

Голова приймальної комісії

\_\_\_\_\_ 20\_\_ р.

**ЕКЗАМЕНАЦІЙНЕ ЗАВДАННЯ**  
**фахового вступного випробування при прийомі на навчання**  
**для здобуття ступеня „магістр” зі спеціальності**  
**113 “Прикладна математика”**

Варіант № 1

Вибрати одну вірну відповідь:			
1	Функція $f(x)$ називається неперервною в точці $x_0$ , якщо	A	вона визначена в цій точці
		B	існує $f(x)$
		C	$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 0$
		D	$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$
2	Для рівняння $y'' = f(x, y, y')$ початкові умови мають вигляд	A	$y'(x_0) = y'_0, y''(x_0) = y''_0$
		B	$y'(x_0) \cdot y(x_0) = y_0$
		C	$y'(x_0) = y'_0, y(x_0) = y_0$
		D	$y''(x_0) = y''_0, y(x_0) = y_0$
3	Достовірна подія:	A	якщо його ймовірність близька до одиниці
		B	якщо при заданому комплексі факторів вона може відбутися
		C	якщо при заданому комплексі факторів вона обов'язково відбудеться
		D	якщо ймовірність події не залежить від причин, умов, випробувань
4	Які з наведених нижче рівностей є правильними: 1) $i^{45} = -i$ ;                      2) $i^{29} = i$ ; 3) $i^{34} = -1$ ;                        4) $i^{49} = 1$	A	1 і 2
		B	2 і 3
		C	1 і 4
		D	2 і 4
5	Вставити пропущені слова. Границю _____ (число $I$ ) називають визначеним інтегралом для функції $f(x)$ на відріжку $[a; b]$ і позначають $I = \int_a^b f(x) dx$ .	A	функції $f(x)$
		B	відношення приросту функції до приросту аргумента
		C	інтегральної суми
		D	диференціальної суми
6	Яке з наведених нижче рівнянь є рівнянням з відокремлюваними змінними?	A	$y' + p(x)y = g(x)y^2$
		B	$y' + p(x)y = g(x)$



		C	$M_1(x)N_1(y)dx + M_2(x)N_2(y)dy = 0$
		D	$P(x, y)dx + Q(x, y)dy = 0$
7	Статистичний розподіл – це:	A	Перелік варіант
		B	Перелік варіант або інтервалів і відповідних частот
		C	Перелік варіант або інтервалів і відповідних ймовірностей
		D	Перелік значень випадкової величини або її інтервалів і відповідних ймовірностей
8	Система лінійних рівнянь з $n$ невідомими має безліч розв'язків, якщо:	A	$r(A) = r(\bar{A}) = n$
		B	$r(A) < r(\bar{A}) = n$
		C	$r(A) = r(\bar{A}) < n$
		D	$r(A) < r(\bar{A}) < n$
9	Функція $f(x)$ називається непарною, якщо:	A	$f(-x) = -f(x)$
		B	$f(-x) = f(x)$
		C	$f(-x) = \frac{1}{f(x)}$
		D	$f(-x) = xf(x)$
10	Загальний розв'язок рівняння $y'' = f(x, y, y')$ - це функція виду:	A	$y = \varphi(x, C)$
		B	$y = \varphi(x, C_1, C_2)$
		C	$y = \varphi(x, C_1, C_2, C_3)$
		D	$y = \varphi(x, C_1, C_2, C_3, C_4)$
11	При перевірці гіпотези про нормальний закон розподілу за критерієм Пірсона ймовірність попадання випадкової величини в $i$ -й інтервал $(x_i, x_{i+1})$ визначається за формулою:	A	$P_i = \Phi\left(\frac{x_i - \bar{x}}{\sigma_a}\right) - \Phi\left(\frac{x_{i+1} - \bar{x}}{\sigma_a}\right)$
		B	$P_i = \Phi\left(\frac{x_{i+1} - \bar{x}}{\sigma_a}\right) - \Phi\left(\frac{x_i - \bar{x}}{\sigma_a}\right)$
		C	$P_i = \Phi(x_{i+1}) - \Phi(x_i)$
		D	$P_i = \Phi(x_{i+1} - \bar{x}) - \Phi(x_i - \bar{x})$
12	Алгебраїчне доповнення елемента $a_{23}$ матриці $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -2 & 4 & -2 \\ -3 & -7 & 4 \end{pmatrix}$ дорівнює:	A	2
		B	-2
		C	1
		D	-1
13	Похідна функції $y = f(x)$ в точці $x$ визначається так:	A	$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) + f(x)}{\Delta x}$
		B	$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x)}{\Delta x}$
		C	$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$
		D	$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x)}{x + \Delta x}$
14	Однорідне рівняння $y' = f(x, y)$ інтегрується за допомогою заміни:	A	$z = xy$
		B	$z = \frac{x^2}{y}$

		C	$y = \frac{z}{x}$
		D	$z = \frac{y}{x}$
15	Рівень значущості:	A	доволі велика величина ймовірності, при якій подію можна вважати практично достовірною
		B	досить мала величина ймовірності, при якій подію можна вважати практично неможливою
		C	значення ймовірності від 0 до 1
		D	мала величина ймовірності, при якій подію, яка відбулася можна вважати практично неможливою
16	Які з наведених підстановок п'ятого порядку є парними:  1) (1 5);                      2) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 5 & 1 & 4 \end{pmatrix}$ ;  5) (1 4 3)(2 5);    6) (1 3)(2 5)?	A	1), 2) та 3);
		B	2), 3) та 4);
		C	2), 3) та 5);
		D	3), 4) та 5).
17	Вставити пропущене слово. _____ множник можна виносити за знак	A	Сталий
		B	Цілий
		C	Додатний
		D	Змінний
18	Спеціальна права частина лінійного однорідного диференціального рівняння із сталими коефіцієнтами має вид:	A	$y = e^{\alpha x} (P_n(x) \cos \beta x + Q_n(x) \sin \beta x)$
		B	$y = e^{\alpha x} (P_n(x) \cos \beta x + Q_m(x) \sin \beta x)$
		C	$y = e^{\alpha x} (P x \cos \beta x + Q x \sin \beta x)$
		D	$y = e^{\alpha x} (A \cos \beta x + B \sin \beta x)$
19	Функція розподілу:	A	$F(x) = P(X > x)$
		B	$f(x) = F'(x)$
		C	$F(x) = P(X = x)$
		D	$F(x) = P(X < x)$
20	Підстановка для розв'язування однорідного диференціального рівняння 1-го порядку	A	$y = zx$
		B	$y = z^2 x$
		C	$y = zx^2$
		D	$y = z^3 x$
21	Яка з даних логічних функцій є монотонною?	A	Диз'юнкція
		B	Імплікація
		C	Заперечення
		D	Рівнозначність
22	У просторі $L^2([0,1])$ відстань між функціями $x(t) = t - 1$ та $y(t) = t + 1$ дорівнює	A	0
		B	1
		C	2
		D	4
23	Дана ЗЛП. $F = 2x_1 - x_2 + 5x_3 \rightarrow \max$	A	1
		B	2
		C	3
		D	4

	$\begin{cases} x_1 - 6x_3 = 2 \\ 3x_2 + x_3 = 1 \end{cases}$ $x_i \geq 0$ <p>Вкажіть кількість базисних змінних?</p>		
24	Яке з позначень використовується для позначення скалярного добутку?	A	$x \oplus y$
		B	$d(x, y)$
		C	$(x, y)$
		D	$\rho(x, y)$
25	Методи чисельного розв'язку задачі Коші для звичайних диференціальних рівнянь 1-го порядку:	A	методи Рунге-Кутта
		B	ітераційні методи
		C	метод прогонки
		D	метод простої ітерації

Завідувач кафедри прикладної математики  
та моделювання складних систем

  
(підпис) Лисенко О.В.  
(прізвище, ініціали)

Голова фахової  
атестаційної комісії

(підпис)   
(прізвище, ініціали)