

## І СИЛАБУС НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

<b>1. Загальна інформація про навчальну дисципліну</b>	
Повна назва навчальної дисципліни	Методи наукових обчислень
Повна офіційна назва закладу вищої освіти	Сумський державний університет
Повна назва структурного підрозділу	Факультет електроніки та інформаційних технологій, кафедра прикладної математики та моделювання складних систем
Розробник(и)	старший викладач Оглобдіна О.І.
Рівень вищої освіти	перший рівень вищої освіти, НРК – 6 рівень, QF-LLL – 6 рівень, FQ-EHEA – перший цикл
Семестр вивчення навчальної дисципліни	16 тижнів протягом 4-го семестру
Обсяг навчальної дисципліни	Обсяг навчальної дисципліни становить 5 кредитів ЄКТС, 150 годин, з яких 68 години становить контактна робота з викладачем (34 години лекцій, 34 години практичних робіт), 82 години становить самостійна робота
Мова(и) викладання	Українська
<b>2. Місце навчальної дисципліни в освітній програмі</b>	
Статус дисципліни	Обов'язкова навчальна дисципліна для освітньої програми «Прикладна математика» спеціальності "113 Прикладна математика"
Передумови для вивчення дисципліни	Необхідні знання з таких дисциплін: математичний аналіз, алгебра та геометрія, диференціальні рівняння, дискретна математика, програмування.
Додаткові умови	Бажано знайомство з дистрибутивами мов програмування Python та R - Anaconda, та командною обгорткою для інтерактивних обчислень Jupyter Notebook для Python 3
Обмеження	Обмеження відсутні
<b>3. Мета навчальної дисципліни</b>	
<p>1. Ознайомити здобувачів з математичною базою та алгоритмами основних методів обчислень, ознайомити з напрямками сучасних методів обчислень для комп'ютерного моделювання процесів різної природи. Ознайомити з математичними обчисленнями на мові програмування Python.</p> <p>2. Напрацювати навички застосування методів обчислень до розв'язування конкретних задач та реалізації методів на мові Python з використанням пакетів прикладних програм.</p>	
<b>4. Зміст навчальної дисципліни</b>	

### **Тема 1 Вступ. Чисельні методи, як інструмент сучасних наукових досліджень.**

Математичне моделювання та обчислювальний експеримент. Чисельні методи, як розділ сучасної математики. Роль комп'ютерно-орієнтованих чисельних методів у дослідженні складних математичних моделей.

### **Тема 2 Елементи теорії похибок.**

Класифікація похибок. Наближене число. Значущі цифри числа. Абсолютна і відносна похибки числа і функції. Пряма та обернена задачі теорії похибок.

### **Тема 3 Чисельні методи розв'язання нелінійних рівнянь та їх систем.**

Постановка задачі. Етапи наближеного розв'язання нелінійних рівнянь. Локалізація коренів. Уточнення коренів нелінійного рівняння: метод половинного ділення (дихотомії), метод хорд. Деякі відомості з метричних просторів. Метод простих ітерацій для нелінійних рівнянь. Метод простої ітерації для систем нелінійних рівнянь. Метод Ньютона (метод дотичних) для нелінійних рівнянь. Модифіковані методи Ньютона (однієї дотичної, січних, Стефенса). Метод Ньютона для систем нелінійних рівнянь

### **Тема 4 Наближення функцій.**

Загальні відомості про апроксимацію функцій. Побудова інтерполяційного поліному, теоретичні заходи. Інтерполяційний поліном Лагранжа. Розділені різниці. Інтерполяційний поліном Ньютона. Інтерполяційні поліноми Лагранжа і Ньютона для рівномірної сітки. Залишковий член інтерполяційних поліномів Лагранжа і Ньютона. Збіжність процесу інтерполяції. Інтерполяція сплайнами. Загальні відомості. Побудова кубічного сплайну на довільній сітці. Метод прогонки розв'язання системи лінійних алгебраїчних рівнянь у застосуванні до визначення коефіцієнтів кубічного сплайну. Оцінки кубічного інтерполяційного сплайну. Приклади побудови кубічного сплайну.

### **Тема 5 Розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР)**

Прямі методи розв'язання СЛАР: методи виключення невідомих Гауса і Жордана-Гауса,  $LU$  - розкладання квадратної невинродженої матриці, алгоритм Краута, алгоритм Холецького. Застосування  $LU$  - розкладання матриці для задач лінійної алгебри. Ітераційні методи розв'язання СЛАР: метод простих ітерацій (метод Якобі), метод Зейделя.

### **Тема 6 Чисельне диференціювання функцій.**

Постановка задачі чисельного диференціювання. Формули чисельного диференціювання на основі першої інтерполяційної формули Ньютона. Формули чисельного диференціювання на основі полінома Лагранжа. Залишкові члени формул чисельного диференціювання. Формули Рунге-Ромберга. Процес Ейткена. Формули чисельного диференціювання для практичних обчислень.

### **Тема 7 Чисельне інтегрування функцій.**

Загальні зауваження. Квадратурні формули Ньютона-Котеса загальний вигляд і частинні випадки: методи прямокутників, трапецій, Сімпсона (метод парабол) і оцінка їх точності. Правило Рунге оцінки похибки обчислень. Квадратурні методи найбільшої алгебраїчної точності. Поліном Лежандра. Квадратурні формули Гауса. Залишковий член квадратурної формули Гауса.

### **Тема 8 Чисельні методи розв'язання задачі Коші для звичайних диференціальних рівнянь та їх систем.**

Загальні зауваження. Одноточкові методи розв'язання задачі Коші для ЗДР: метод Ейлера, удосконалений метод Ейлера, метод Ейлера-Коші, метод Ейлера з подальшим ітераційним уточненням. Оцінки точності методу Ейлера та його модифікацій. Правило Рунге оцінки точності. Кінце-

во-різницева схема сімейства методів Рунге-Кутти. Схеми Рунге-Кутти точності 3 та 4. Контроль за правильністю вибору кроку  $h$  кінцево-різницевої сітки у методах Рунге-Кутти. Формула Річардсона. Правило Коллатца оцінки кроку у схемі Рунге-Кутти 4-го порядку точності. Кінцево-різницева схема Ейлера і Рунге-Кутти 4-го порядку для систем звичайних диференціальних рівнянь.

## 5. Очікувані результати навчання навчальної дисципліни

Після успішного вивчення навчальної дисципліни здобувач вищої освіти зможе:

РН1	знати математичне обґрунтування методів ітерацій, побудови інтерполяційних поліномів, прямих методів розв'язання СЛАР, методів побудови квадратурних формул.
РН2.	виконувати оцінку похибки результатів чисельних розрахунків за відомих похибок вихідних даних та оцінювати необхідну точність вихідних даних через допустиму похибку результату розрахунків;
РН3.	Знати чисельні схеми основних методів: розв'язання нелінійних рівнянь, розв'язання СЛАР, інтерполяції функцій однієї змінної, чисельне диференціювання та інтегрування функції однієї змінної, розв'язання задачі Коши для ЗДР;
РН4.	Вміти на практиці застосовувати розглянуті методи;
РН5.	Вміти оцінити точність методу для конкретного прикладу;
РН6.	Реалізувати обрані методи на мові Python 3 з використанням бібліотек NumPy та SciPy у командній обгортці Jupyter Notebook
РН7	Вміти самостійно розібратися в методі найменших квадратів для функції однієї змінної та реалізувати алгоритм цього методу для заданої функції однієї змінної.
РН8.	Володіти основами комунікації у професійній сфері.

## 6. Роль навчальної дисципліни у досягненні програмних результатів

Програмні результати, досягнення яких забезпечує навчальна дисципліна:

ПР01.	Демонструвати знання й розуміння основних концепцій, принципів, теорій прикладної математики і використовувати їх на практиці..
ПР02.	Володіти основними положеннями та методами математичного, комплексного та функціонального аналізу, лінійної алгебри та теорії чисел, аналітичної геометрії, теорії диференціальних рівнянь, зокрема рівнянь у частинних похідних, теорії ймовірностей, математичної статистики та випадкових процесів, чисельними методами.
ПР03.	Формалізувати задачі, сформульовані мовою певної предметної галузі; формулювати їх математичну постановку та обирати раціональний метод розв'язання; розв'язувати отримані задачі аналітичними та чисельними методами, оцінювати точність та достовірність отриманих результатів
ПР04.	Виконувати математичний опис, аналіз та синтез дискретних об'єктів та систем, використовуючи поняття й методи дискретної математики та теорії алгоритмів.
ПР05.	Уміти розробляти та використовувати на практиці алгоритми, пов'язані з апроксимацією функціональних залежностей, чисельним диференціюванням та інтегруванням,

	розв'язанням систем алгебраїчних, диференціальних та інтегральних рівнянь, розв'язанням крайових задач, пошуком оптимальних рішень.
ПР09.	Будувати ефективні щодо точності обчислень, стійкості, швидкодії та витрат системних ресурсів алгоритми для чисельного дослідження математичних моделей та розв'язання практичних задач.
ПР11.	Уміти застосовувати сучасні технології програмування та розроблення програмного забезпечення, програмної реалізації чисельних і символічних алгоритмів.
ПР13.	Використовувати в практичній роботі спеціалізовані програмні продукти та програмні системи комп'ютерної математики.
ПР15.	Уміти організувати власну діяльність та одержувати результат у рамках обмеженого часу.

## 7. Види навчальних занять та навчальної діяльності

### 7.1 Види навчальних занять

#### Тема 1.

Лк1. Математичне моделювання та обчислювальний експеримент. Чисельні методи, як розділ сучасної математики. Роль комп'ютерно-орієнтованих чисельних методів у дослідженні складних математичних моделей. Основні відомості про роботу у командній обгортці дистрибутивного пакету Anaconda для інтерактивних обчислень Jupyter Notebook .

Пр1. Організація робочого місця у Jupyter Notebook. Початкові навички роботи: формати комірок, виконання обчислень у командній комірці, використання команд LaTeX для оформлення комірок у текстовому форматі.

#### Тема 2.

Лк2. Класифікація похибок. Наближене число. Значущі цифри числа. Абсолютна і відносна похибки числа и функції. Приклади задач.

Лк3. Пряма та обернена задачі теорії похибок. Приклади задач.

Пр2. Лабораторна робота 1. Розв'язання задач теорії похибок.

#### Тема 3.

Лк4. Постановка задачі чисельного розв'язання нелінійних рівнянь. Етапи наближеного розв'язання нелінійних рівнянь. Способи локалізації коренів. Уточнення коренів нелінійного рівняння: метод половинного ділення (дихотомії), метод хорд. Приклади.

Лк5. Метричні простори. Нерухома точка. Принцип стискуючих відображень. Математичне обґрунтування методу простих ітерацій. Два способи побудови ітераційної формули методу простих ітерацій. Приклади.

Лк6. Способи виведення ітераційної формули Ньютона, оцінка збіжності методу. Приклад. Модифікації методу та їх аналіз: метод однієї дотичної, метод січних, метод Стефенса

Пр3, Пр4, ПР5. Лабораторна робота 2. Чисельне розв'язання нелінійних рівнянь.

#### Тема 4.

Лк7. Загальні відомості про апроксимацію функцій. Побудова інтерполяційного поліному, теоретичні засади. Вивід інтерполяційного поліному Лагранжа для довільної сітки. Приклад.

Лк8. Розділені різниці. Інтерполяційний поліном Ньютона. Інтерполяційні поліноми Лагранжа і Ньютона для рівномірної сітки. Залишковий член інтерполяційних поліномів Лагранжа і Ньютона. Збіжність процесу інтерполяції.

Лк9. Інтерполяція сплайнами. Загальні відомості. Побудова кубічного сплайну на довільній сітці. Метод прогонки розв'язання системи лінійних алгебраїчних рівнянь у застосуванні до визначення коефіцієнтів кубічного сплайну. Оцінки кубічного інтерполяційного сплайну. Приклад побудови ку-

бічного сплайну.

Пр6, Пр7, Пр8. Лабораторна робота 3. Наближення функцій інтерполяційним поліномом Лагранжового типу на довільній та рівномірній сітці.

Пр9. Розв'язання задач побудови кубічного сплайну.

#### **Тема 5.**

Лк10. Прямі методи розв'язання СЛАР: методи виключення невідомих Гауса і Жордана-Гауса.

Лк11.  $LU$  - розкладання квадратної невивірженої матриці, алгоритм Краута, алгоритм Холецького. Застосування  $LU$  - розкладання матриці для задач лінійної алгебри.

Лк12. Ітераційні методи розв'язання СЛАР: метод простих ітерацій (метод Якобі), метод Зейделя.

Пр10, Пр11. Лабораторна робота 4. Методи Гауса та Жордана-Гауса розв'язання СЛАР.  $LU$ -розкладання матриці коефіцієнтів СЛАР та його застосування для розв'язання СЛАР. Метод Холецького для СЛАР.

Пр12. Лабораторна робота 5. Ітераційні методи розв'язання СЛАР.

#### **Тема 6.**

Лк13. Постановка задачі чисельного диференціювання. Формули чисельного диференціювання на основі першої інтерполяційної формули Ньютона. Формули чисельного диференціювання на основі полінома Лагранжа. Залишкові члени формул чисельного диференціювання. Формули Рунге-Ромберга. Процес Ейткена. Формули чисельного диференціювання для практичних обчислень.

Пр13. Приклади задач чисельного диференціювання.

#### **Тема 7.**

Лк14. Постановка задачі та огляд методів чисельного інтегрування. Квадратурні формули Ньютона-Котеса загальний вигляд і частинні випадки: методи прямокутників, трапецій, Сімпсона (метод парабол) і оцінка їх точності. Правило Рунге оцінки похибки обчислень.

Лк15. Квадратурні методи найбільшої алгебраїчної точності. Поліном Лежандра. Квадратурні формули Гауса. Залишковий член квадратурної формули Гауса.

Пр14, Пр15. Лабораторна робота 6. Чисельне інтегрування функцій. Квадратурні формули Ньютона-Котеса для 1-го, 2-х, 3-х вузлів рівномірної сітки. Квадратурні формули Гауса за 5-ма вузлами.

#### **Тема 8.**

Лк16. Постановка задачі Коши для звичайних диференціальних рівнянь першого порядку та їх систем. Зведення лінійних ЗДР вищих порядків до системи ЗДР 1-го порядку. Одноточкові методи розв'язання задачі Коши для ЗДР: метод Ейлера, удосконалений метод Ейлера, метод Ейлера-Коші, метод Ейлера з подальшим ітераційним уточненням. Оцінки точності методу Ейлера та його модифікацій. Правило Рунге оцінки точності

Лк17. Кінцево-різницева схема сімейства методів Рунге-Кутти. Схеми Рунге-Кутти точності 3 та 4. Контроль за правильністю вибору кроку  $h$  кінцево-різницевої сітки у методах Рунге-Кутти. Формула Річардсона. Правило Коллатца оцінки кроку у схемі Рунге-Кутти 4-го порядку точності

Пр16, Пр17. Лабораторна робота 7. Розв'язання задачі Коши для ЗДР.

### **7.2 Види навчальної діяльності**

НД1. Виконання курсової роботи (КР). Кожен студент отримує індивідуальний варіант завдань роботи.

### **8. Методи викладання, навчання**

МН1. Лекції-візуалізації із використанням мультимедійних технологій, лекції з використанням студентами опорного конспекту.

МН2. Практичні заняття у формі лабораторних робіт.

МН3. Виконання курсової роботи на основі алгоритмів, опрацьованих на практичних заняттях.

МН4. Індивідуальна робота студента під керівництвом викладача (ІРС) – консультації з теоре-

тичного матеріалу, курсової роботи та індивідуальних завдань.

МН5. Контроль навчальної роботи – колоквиуми з теоретичного матеріалу; спостереження за ходом виконання лабораторних робіт і співбесіда після їх виконання.

МН6. Контроль виконання курсової роботи (КР) – співбесіда із здобувачем.

Лекції надають студентам знання про використання фундаментальних математичних знань для побудови чисельних методів моделювання об'єктів та явищ, знайомлять з класичними чисельними схемами методів, формують базу знань здобувачів для подальшого самостійного вивчення розвитку чисельних методів моделювання (РН1, РН3)

Практичні роботи у вигляді лабораторних робіт надають можливість здобувачам придбати практичні навички із застосування вивчених методів, оцінити роботу вивчених методів на конкретних прикладах, оцінити похибку математичного та комп'ютерного моделювання, придбати практичні навички програмування на мові Python 3 у командній обгортці Jupyter Notebook (РН2, РН4, РН5, РН6)

Курсова робота дає можливість студентам самостійно реалізувати набуті знання та навички та можливість самостійного вивчення та реалізації методів. Окрім того курсова робота надає можливість студентам придбати навички роботи з додатковою літературою, навички планування своєї роботи (РН1-РН7)

Індивідуальна робота студента під керівництвом викладача сприяє розвитку самостійності студента та якості сприйняття матеріалу.

Контроль за освоєнням матеріалу у вигляді співбесіди надає можливість придбати навички комунікації у професійній сфері (РН8)

## 9. Методи та критерії оцінювання

### 9.1. Критерії оцінювання

Сума балів (R)	Оцінка ECTS	Визначення	Оцінка за національною шкалою
90-100	A	Відмінне виконання лише з незначною кількістю помилок	5 (відмінно)
82-89	B	Вище середнього рівня з кількома помилками	4 (добре)
74-81	C	В загальному правильна робота з певною кількістю помилок	
64-73	D	Непогано, але зі значною кількістю недоліків	3 (задовільно)
60-63	E	Виконання задовольняє мінімальні критерії	
35-59	FX	Можливе повторне складання	2 (незадовільно)
1-34	F	Необхідний повторний курс з навчальної дисципліни	

- а) студент, який протягом навчального періоду виконав всі заплановані види навчальної роботи та за наслідками модульних атестацій набрав необхідну кількість балів, яка відповідає позитивній оцінці (не менше 60 балів), отримує семестрову оцінку у відповідності до набраних рейтингових балів. Складання заходу підсумкового семестрового контролю з метою підвищення позитивної оцінки не здійснюється;
- б) студент, який протягом поточної роботи набрав кількість рейтингових балів, що не відповідає позитивній оцінці, але не менше 35 балів, зобов'язаний скласти захід підсумкового семест-

рового контролю (ПСК) після завершення останнього модульно-атестаційного циклу у семестрі або екзаменаційної сесії, якщо вона передбачена, за додатковою відомістю семестрової атестації. Студент має право на два складання ПСК: викладачу та комісії. У разі незадовільного складання ПСК комісії студент отримує оцінку «F» за шкалою ECTS;

- c) при успішному складанні заходу підсумкового семестрового контролю використовується оцінка «E\*», яка засвідчує виконання студентом мінімальних вимог без урахування накопичених балів;
- d) студент, який за наслідками модульних атестацій набрав менше 35 рейтингових балів, не допускається до ПСК і отримує оцінку «F» за шкалою ECTS.

## 9.2 Методи поточного формативного оцінювання

За дисципліною передбачені такі методи поточного формативного оцінювання: опитування та усні коментарі викладача під час відпрацювання вивченого матеріалу, настанови викладачів в процесі виконання практичних завдань, самооцінювання поточного тестування, обговорення та взаємооцінювання студентами виконаних лабораторних завдань.

## 9.3 Методи підсумкового сумативного оцінювання

Оцінювання протягом семестру проводиться у формі усних та письмових опитувань, індивідуальних презентацій. Всі лабораторні роботи повинні бути виконані самостійно.

Оцінка студента формується таким чином:

- 1) робота на аудиторних заняттях (звіт за Пр, конспект лекцій) - 34 зан. × 0,5 бал/зан. = 17 балів (ОПр) (;
  - 2) виконання завдань на Пр 2 - 3 бали (ОПр)\*;
  - 3) виконання завдань на Пр 3-5 - 3 бали (ОПр);
  - 4) виконання завдань на Пр 6-9 - 3 бали (ОПр);
  - 5) виконання завдань на Пр 10-11 - 3 бали (ОПр);
  - 6) виконання завдань на Пр 12 - 3 бали (ОПр);
  - 7) виконання завдань на Пр 13 - 15 - 3 бали (ОПр);
  - 8) виконання завдань на Пр 16-17 - 3 бали (ОПр);
- Разом за виконання 7 лабораторних робіт – 21 бал.
- 9. Складання 2-х модульних контролів (письмове тестування) – 22 бали (11 балів за кожний модуль)
  - 10. Форма підсумкового контролю – іспит (ДСК) – комплексне письмове тестування – 40 балів.
  - 11. захист курсової роботи (КР) оцінюється окремо – 100 балів

*\* за невчасний захист практичних завдань нараховуються штрафні бали – протягом 1-го тижня після терміну захисту – 10%, 2-го – 20%, 3-го – 30%, 4-го – 40%. В подальшому лабораторна робота приймається без захисту за 50% від початкової суми балів за лабораторну роботу.*

## 10. Ресурсне забезпечення навчальної дисципліни

<b>10.1 Засоби навчання</b>	Для проведення лекційних і практичних занять необхідний комп'ютерний клас з сучасним мультимедійним (ЗН 1) та програмним налаштуванням (ЗН 2).
<b>10.2 Інформаційне та навчально- методичне забезпечення</b>	Основна література. 1. Цегелик Г.Г. Чисельні методи: підручник Львів : Львівський нац. ун-т ім. І. Франка, 2004. — 408 с. + Гриф МОН

2. Ляшенко Б.М., Кривонос О.М., Вакалюк Т.А. Методи обчислень: навчально-методичний посібник для студентів фізико-математичного факультету. – Житомир: Вид-во ЖДУ, 2014. – 228 с.
2. Фельдман Л.П., Петренко А.І., Дмитрієва О.А. Чисельні методи в інформатиці. – К.:Видавнича група ВНУ, 2006. – 479 с.
3. Любчак В.О., Назаренко Л.Д. Методи та алгоритми обчислень: Навчальний посібник. – Суми: Вид-во СумДУ, 2008. – 313 с
4. Задачин В.М., Конюшенко І.Г. Чисельні методи. – Харків: Вид. ХНЕУ ім. С. Кузнеця, 2014 р. 179 с.1.
5. Конспект лекцій. Оглобліна О.І. (на електронних носіях)
6. Доля П.Г. Введение в научный Python: Учебное пособие – Харьков: ХНУ, 2016 р. 265 с.
7. Robert Johansson Numerical Python: Scientific Computing and Data Science Application with NumPy, SciPy and Matplotlib. Second Edition Urayasu-shi, Chiba, Japan: APRESS, 2019, 709 p.